

Integrali indefiniti

Calcolo di integrali con il metodo di integrazione per parti

Ricordiamo che sussiste la seguente uguaglianza

$$\int f'(x) \cdot g(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f(x) \cdot g'(x) dx$$

Esercizi proposti

$$1. \int x^2 \cdot \ln(x) dx = \frac{x^3}{9} \cdot (3 \ln(x) - 1) + c$$

$$2. \int \sqrt{x} \cdot \ln(x) dx = \frac{2}{3} \cdot x \sqrt{x} \cdot \left(\ln(x) - \frac{2}{3} \right) + c$$

$$3. \int \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \cdot (\ln(x) - 2) + c$$

$$4. \int (4x^3 - 3) \cdot \ln(3x) dx = (x^4 - 3x) \cdot \ln(3x) - \frac{x^4}{4} + 3x + c$$

$$5. \int (2x+1) \cdot \ln(x+1) dx = (x^2 + x) \cdot \ln(x+1) - \frac{x^2}{2} + c$$

$$6. \int e^x \cdot \ln(e^x + 1) dx = e^x \cdot \ln(e^x + 1) - e^x + \ln(e^x + 1) + c$$

Applicazione dei metodi di integrazione per parti e per sostituzione.

$$7. \int \arctg(x) dx = x \cdot \arctg(x) - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + c$$

$$8. \int \arcsen(x) dx = x \cdot \arcsen(x) + \sqrt{1-x^2} + c$$

$$9. \int x \cdot \sen(x) dx = -x \cdot \cos(x) + \sen(x) + c$$

$$10. \int x^2 \cdot \sen(x) dx = (2-x^2) \cdot \cos(x) + 2x \cdot \sen(x) + c$$

Applicare due volte il metodo di integrazione per parti.

$$11. \int x \cdot e^x dx = (x-1) \cdot e^x + c$$

$$12. \int 4x \cdot e^{2x} dx = (2x-1)e^{2x} + c$$

$$13. \int x \cdot e^{3x+4} dx = \frac{1}{3} \left(x - \frac{1}{3} \right) e^{3x+4} + c$$

$$14. \int (ax+b) e^x dx = (ax+b-a) \cdot e^x + c, \text{ con } a \text{ e } b \text{ costanti.}$$

$$15. \int (x^2 - x) \cdot e^{-x} dx = -(x^2 + x + 1) \cdot e^{-x} + c$$

$$16. \int (x^2 - x) \cdot e^x dx = (x^2 - 3x + 3) \cdot e^x + c$$

$$17. \int \frac{x+2}{e^x} dx = -(x+3) \cdot e^{-x} + c$$

$$18. \int \ln^2(x) dx = x \cdot [\ln^2(x) - 2\ln(x) + 2] + c$$

$$19. \int \sqrt{1-x^2} dx = \frac{1}{2} \cdot [x\sqrt{1-x^2} + \arcsen(x)] + c \quad \text{Questo integrale si può risolvere anche per sostituzione ponendo } x=\sen(t).$$

$$20. \int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx = \frac{2}{3} (x-2) \sqrt{x+1} + c$$